

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”***Ediția a XXVIII-a***ETAPA JUDEȚEANĂ – 7 martie 2026****Clasa a IX-a – Secțiunea H2 – Profil real, specializarea științe ale naturii****Subiectul 1. (20 puncte)**

- a) Fie $m, n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $n\sqrt{3} > m$. Arătați că: $3n^2 - m^2 \geq 2$.
- b) Arătați că: $\sqrt{k^2 + 2} - k > \frac{1}{k+1}$, pentru orice $k \in \mathbb{N}$.
- c) Dacă $m, n \in \mathbb{N}^*$ și $\sqrt{3} > \frac{m}{n}$, arătați că: $\sqrt{3} - \frac{m}{n} > \frac{1}{n(m+1)}$.

Subiectul 2. (20 puncte)

Fie $ABCD$ un patrulater în care $AB \parallel CD$, punctele M și N sunt mijloacele laturilor BC , respectiv DC , iar P este intersecția dreptelor AN și DM . Știind că $AP = 4PN$, se cere:

- a) Arătați că $5 \cdot \overrightarrow{DP} = \overrightarrow{DA} + \frac{2DC}{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$.
- b) Demonstrați că $ABCD$ este paralelogram.
- c) Determinați valoarea raportului $\frac{DP}{PM}$.

Subiectul 3. (20 puncte)

Să se arate că: $\frac{x}{x+2y+2z} + \frac{y}{2x+y+2z} + \frac{z}{2x+2y+z} \geq \frac{3}{5}, \forall x, y, z > 0$.

Subiectul 4. (30 puncte)

Pe o hartă care are scara 1:10000000, localitățile sunt reprezentate prin puncte. Patru orașe, reprezentate pe hartă prin punctele A, B, C și D , sunt așezate astfel încât $ABCD$ este paralelogram, iar următoarele distanțe dintre orașe, măsurate în linie dreaptă pe hartă sunt: $AB = 4$ cm, $BD = 3$ cm, $BC = 2$ cm. Localitatea *Geometria* se află în punctul G , care este centrul de greutate al triunghiului determinat de punctele A, B și D , iar localitatea *Iași* se află în punctul I , care este centrul cercului înscris în triunghiul determinat de punctele B, C și D . Localitatea *Matematica*, reprezentată de punctul M , se află între localitățile B și C astfel încât punctele B, M și C să fie coliniare și $BM = 2MC$.

- a) Un biciclist curajos, pleacă din localitatea marcată cu punctul A spre localitatea reprezentată de punctul D cu viteza de 20 km/oră. După 7 ore, pleacă tot din localitatea reprezentată de punctul A , în aceeași direcție, un șofer cu viteza de 80 km/oră. Calculați distanța reală dintre orașele reprezentate de punctele A și D și determinați la ce distanță față de localitatea de destinație se întâlnesc cei doi, știind că biciclistul a făcut pauză de masă de o oră până la momentul întâlnirii.
- b) Arătați că punctele G, I și M sunt coliniare.

Notă:

Timp de lucru 3 ore; toate subiectele sunt obligatorii; se acordă 10 puncte din oficiu.

Punctajul maxim este de 100 de puncte.